LA GNOMONICA IN ALCUNI LIBRI DI PROSPETTIVA E GEOMETRIA DESCRITTIVA

www.nicolaseverino.it Dicembre 2007
Credits: Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze- http://www.imss.firenze.it/indice.html
The University of Michigan Historical Mathematics Collection http://quod.lib.umich.edu/u/umhistmath/

Se qualcuno si prende la briga di fare ricerche di storia della gnomonica, e per storia della gnomonica intendo qualsiasi cosa che tratti dell'argomento degli orologi solari a 360 gradi, pubblicata nei libri di gnomonica dall'antichità fino al XX secolo, tra le tante cose curiose può osservare che, grazie all'interdisciplinarietà che caratterizza la gnomonica, essa può trovarsi nei libri di argomenti più disparati, dall'astrologia, all'astronomia, a molte delle branche delle matematiche (storia della matematica, trigonometria, geometria e prospettiva, soprattutto), ottica, fisica, geografia, nautica, storia antica, archeologia classica, egittologia, epigrafia, letteratura e via dicendo.

In questo articolo vorrei provare a prendere in considerazione la gnomonica che ho trovato spesso in diversi libri e articoli di prospettiva e di geometria descrittiva, cercando di accorpare in una sola volta il contenuto degli stessi, evitando così di fare un articolo singolo per ognuna delle referenze bibliografiche. Si è ovviamente lontani dal riassumere qui gran parte dei contenuti gnomonici dei libri di geometria classica, descrittiva, proiettiva, ecc. Ma ciò che ci interessa porre in rilievo è appunto il concetto di derivazione di molta gnomonica moderna dalla prospettiva e geometria descrittiva, così come viene testimoniato in molte delle opere del passato.

Va subito detto che la gnomonica ha conosciuto il suo maggiore sviluppo nel campo della geometria descrittiva e proiettiva nei secoli XVIII e XIX, tanto da essere compresa in alcuni testi ed esami anche nei corsi universitari. Michel Chasles, nel suo ***Trattato di geometria superiore***, del 1852, scriveva: "*La Geometria Descrittiva, strumento creato principalmente per le necessità degli artisti e degli ingegneri e molto utile ai geometri…quanto alle applicazioni speciali e più frequenti di questa arte, sono la prospettiva, la costruzione dei rilievi, la determinazione delle ombre, la gnomonica, il taglio dei rilievi e la carpenteria*".

In una rivista militare francese del XIX secolo, intitolata *Revue Militare Suisse*, era contemplato nel programma dettagliato degli studi della scuola di applicazioni per gli allievi di maggiore età, la geometria descrittiva e in seno a questa la gnomonica: nozioni preliminari, determinazione con i metodi gnomonici della linea meridiana di un quadrante e la latitudine del luogo; tracciamento dei quadranti solari su superfici piane diversamente inclinate; costruzione delle curve di declinazione e della meridiana del tempo medio (lemniscata).

Jean Guillaume Garnier, da non confondere con Enrico Garnier, grande gnomonista della metà del '900, ebbe a scrivere in una recensione gnomonica pubblicata nel 1823: "…*Prima di Monge, la gnomonica forniva materia per compilare enormi volumi, ma da quando questo geniale geometra ha creato la geometria descrittiva e l'analisi applicata, essa si è ridotta a poche pagine, come si vede nei moderni trattati di Astronomia e in particolare nella "Gnomonique ou théorie des Cadrans solaires", scritto da Berroyer…*".

Negli Annali Universali di Statistica di Francesco Lampato, pubblicati a Milano nel 1845, si legge: "*La Gnomonica, la Prospettiva, la Stereotomia, il disegno delle macchine ed architettonico devono principalmente usare di questa scienza* (la geometria descrittiva), *alla quale dopo aver dato origine, sono soggetto di immediate applicazioni*". Ed ancora più esplicitamente, nel passo che segue alla pagina successiva:

La misura del tempo essendo fondamento di tutta l'astronomia, la gnomonica, ossia la scienza dei quadranti, ha dovuto necessariamente venire coltivata dovunque assieme con essa. Rinata in Europa coll'astronomia molti se ne occuparono nel secolo XV e nel XVI. Tra quelli dei quali si conoscono le opere, Maurolico da Messina fu il primo che risguardasse la gnomonica sotto un aspetto più geometrico che pratico (1).

Si immaginino dodici piani, che comprendano angoli eguali, passanti per una medesima retta paralella all' asse del mondo. Quando uno di questi piani sia nel meridiano del luogo è manifesto che essi saranno i piani dei dodici circoli orarii. Le comuni sezioni di questi dodici piani con una superficie comunque situata, altro non sono che le *linee orarie*. È questo il principale problema della gnomonica, problema tutto di geometria descrittiva.

Ed è facile evincere che molti degli autori che si occuparono di prospettiva, scrissero anche di gnomonica e Maurolico ne è un classico e forse il più autorevole esempio.

La prospettiva ha per scopo quello di raffigurare gli oggetti in modo che producano al senso della vista un'impressione affatto corrispondente a quella che lascerebbero se visti nella loro realtà. Ebbe i suoi inizi "moderni" con il successo dell'arte della pittura verso la fine del secolo XV e all'inizio del XVI e "*fiorì poi sempre compagna indivisibile di quell'arte nella quale l'Italia non ha rivali*", scrive Lampato nell'opera citata. Piero della Francesca, Luca Pacioli, sono tra i primi autori a fare i primi tentativi di trovare i rigori geometrici di quest'arte conosciuta fino ad allora solo per pratico empirismo. Nella metà del secolo XV anche Vasari, Albert Durer, Leon Battista Alberti, Serlio ed altri si dedicarono con successo a quest'arte, sempre empiricamente. Nel 1573, il domenicano Ignazio Danti tradusse e commentò la prospettiva di Euclide e di Eliodoro e nel 1583 pubblicò commentata con qualche spirito geometrico quella di Francesco Barozzi.

Ma chi veramente merita lode di aver meglio di ogni altro in quei tempi intesa e trovata la teoria geometrica di quest'arte, è Guido Ubaldo del Monte, nato a Pesaro nel 1545, e conosciuto sotto il nome di Guido Ubaldi. Questo insigne matematico, lodato da personaggi come Galileo e Lagrange, nel 1600 pubblicò un'opera sulla prospettiva in sei libri, nella quale assoggettò prima a metodi geometrici i principi generali dell'arte e poi trattò della prospettiva di ogni sorta di corpi dedicando anche un libro alla teoria delle ombre. Poi scriverà un trattato sui problemi di astronomia che intitolò "*Problematum Astronomicorum*", di cui alcuni in stretta relazione con la gnomonica e innovativi in quel tempo. Tra le opere di prospettiva più stimate che precedettero i metodi della geometria descrittiva, Lampato ricorda quella dell'inglese Brook Taylor, pubblicata nel 1762 e quella di Francesco Maria Zanotti, pubblicata nel 1767 che però non sono riuscito a trovare.

Durer Albrecht, Alberti Dureri ... De symmetria partium in rectis formis humanorum corporum, libri in latino conuersi, Norimbergae, 1532

Il libro del Durer è il quarto o quinto, in ordine cronologico, delle pubblicazioni sulla pittura e prospettiva, dopo Leon Battista Alberti (1436), John Peckham (1482), Jean Pelerin (1505), ed altri. Ma per il carattere, la fama e la seducente immagine dell'autore, possiamo dire che forse le poche pagine qui dedicate alla gnomonica rivestono un fascino del tutto particolare.



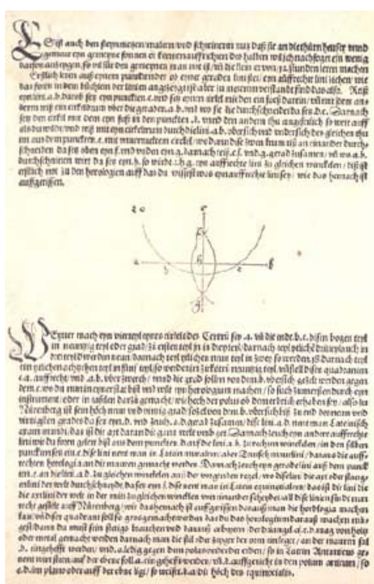
L'edizione originale tedesca del 1525 ha per titolo: Underweysung der messung/ mit dem zirckel unnd richtscheyt/ in Linien/ ebnen unnd gantzen corporen / durch Albrecht Dürer zu samen getzogen/ unnd zu nutz allen kunst lieb habenden/ mit zu gehörigen figuren in truck gebracht/ im jar M.D.XXV. ...
La cui edizione latina stampata a Parigi nel 1535 recita: Albertus Durerus Nurembergensis pictor huius aetatis celeberrimus, versus è Germanica lingua in Latinam, ... adeò exactè quatuor his suarum Institutionum geometricarum libris, lineas, superficies & solida corpora tractauit, ... Denuo ad scripti exemplaris fidem omnia diligenter recognita emendatius iam in lucem exeunt - ex officina Christiani Wecheli sub scuto Basilensi.

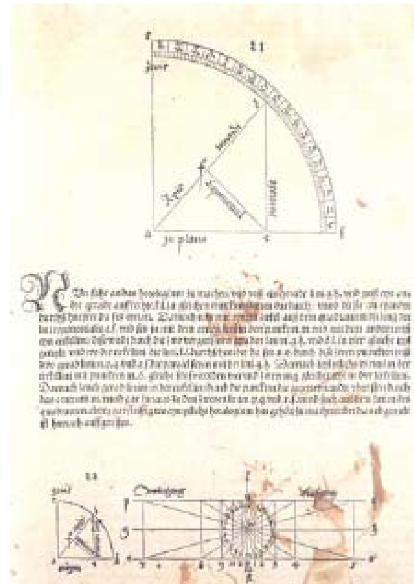
Secondo la biografia di Durer redatta da J. J. O'Connor and E. F. Robertson (http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Durer.html) questo libro sulla geometria delle proporzioni, sarebbe il primo testo di matematica pubblicato in Germania e che fa porre subito Durer all'attenzione dell'Europa, come uno dei più grandi matematici della Rinascenza.

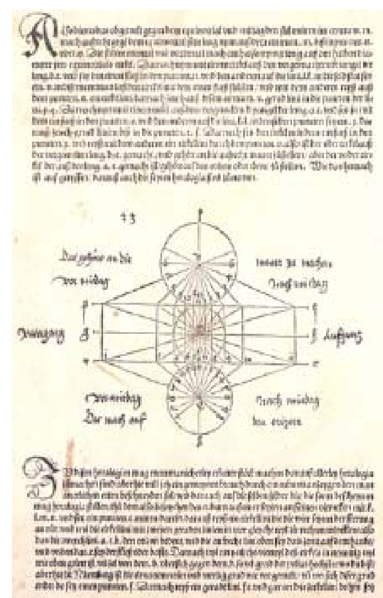
La seconda parte del terzo libro di questo trattato sulle proporzioni dei corpi solidi come piramidi, cilindri, poliedri, ecc., riporta alcune pagine dedicate agli orologi solari con riferimento principale ad un orologio solare poliedrico molto simile quelli realizzati in quell'epoca e ripresi poi da Munster, Fineo, Kratzer e molti altri costruttori di meridiane, ispirati probabilmente proprio dall'opera di Durer.

Il testo e le immagini ci dicono che egli in poche parole spiega il principio elementare della gnomonica: la tracciatura delle perpendicolari, il triangolo stilare, l'orologio orizzontale, verticale e polare e le loro comuni sezioni sulle linee di contingenza. Queste immagini non sono nuove per l'epoca. Abbiamo visto infatti che le stesse rappresentazioni si trovano in manoscritti del XV secolo, come quello della Lund University di cui abbiamo scritto un apposito articolo (vedi Biblioteca Digitale del nostro sito). Inoltre, anche gli orologi poliedrici erano già comuni, forse però non come quello che rappresenterà Durer in questo libro.

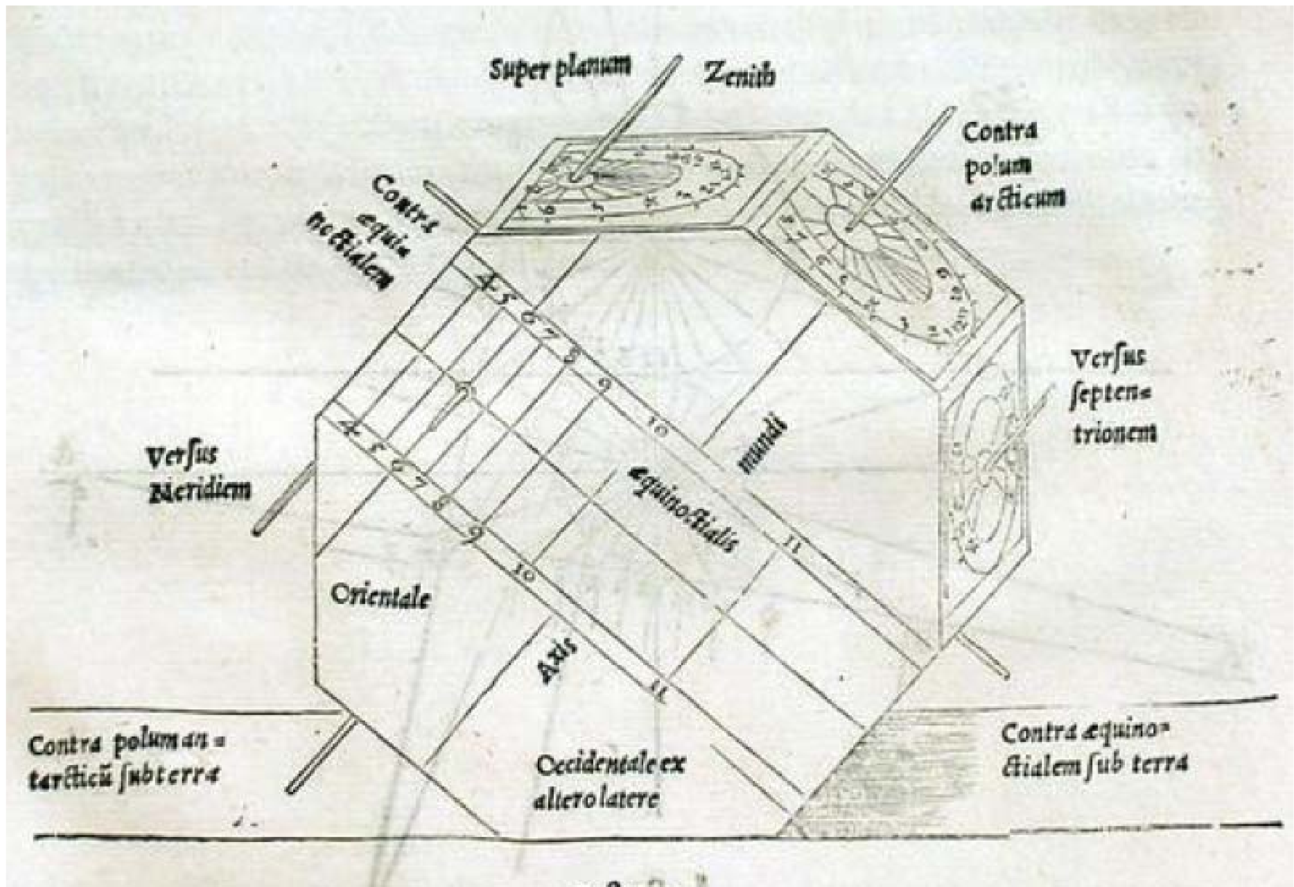
Qui sotto si vedono le prime tre pagine dedicate agli orologi solari







In questa meravigliosa tavola si vede splendidamente raffigurato un orologio poliedrico, un ottagono verticale, su cui sono ricavati 7 orologi solari orizzontali, verticali, inclinati e reclinati, e 2 orologi meridiani, uno per l'oriente e l'altro per l'occidente.





Uno strumento simile (a sinistra) fu realizzato in legno nel XVII secolo e conservato all'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze.
Come differenza si nota che alcuni orologi sono concavi invece che piani.



Un altro (a destra), praticamente identico, si trova al Museo di Storia della Scienza di Oxford ed è attribuito a Nicola Kratzer che lo realizzò attorno al 1525. E' incredibile l'approssimazione della data attribuita a quest'orologio e alla pubblicazione di Durer, quasi come se i due autori fossero in simbiosi artistica. Forse erano in corrispondenza e Kratzer appena visto il disegno di Durer l'ha realizzato. L'ultima pagina del terzo libro è invece dedicata a spiegare la formazione dell'orologio verticale declinante, sempre con il metodo geometrico della proiezione delle linee orarie sulla linea di contingenza.

Daniel Barbaro, La pratica della Perspettiva, Venetia, 1568

Ma il primo autore, tra i più famosi, ad aver trattato di gnomonica in modo anche autorevole ed esauriente in un libro dedicato alla prospettiva è il ben noto Daniele Barbaro nel suo trattato *La Pratica della Perspettiva*, pubblicato a Venezia nel 1569. A dire il vero, da una ricerca catalografica sembra che questo libro abbia avuto la sua prima edizione sempre a Venezia, ma nel 1559, seguite da altre edizioni nel 1567, 1568 e 1569.


LA PRATICA
DELLA PERSPETTIVA
DI MONSIGNOR
DANIEL BARBARO
ELETTO PATRIARCA D'AQVILEIA,
Opera molto utile a Pittori, a Scultori, & ad Architetti.
CON PRIVILEGIO.
IN VENETIA,

Daniel Barbaro ha composto quasi un piccolo trattato di gnomonica in occasione del suo commentario al nono libro dell'Architettura di Vitruvio, e in alcuni casi si può vedere che nei libri di prospettiva e geometria la gnomonica viene descritta o per argomenti inerenti l'oggetto stesso della pubblicazione, o inserendo un capitolo completo in cui si cerca di dare una descrizione generale delle regole gnomoniche e dei principali orologi solari. Quest'ultimo non è il caso del libro di Barbaro il quale da pag. 163 e seguenti (parte sesta), e a pagina 187 e seguenti (parte nona), tratta di argomenti strettamente correlati alla gnomonica.

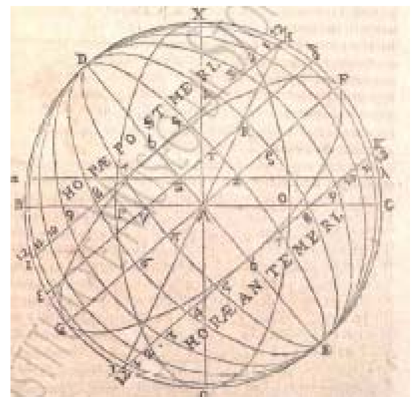
Nella prima, intitolata appunto "Planispherio", inizia a parlare della sfera con questa bella introduzione letteraria:

"*Bella & ingeniosa, & utile invenzione è stata quella de gli antichi di gettare i punti, & i circoli della spera ne' i piani con proporzione, & rispondenza di ragione, imperoche con le dimostrazioni di quella sono stati di grandissimo giovamento a gli investigatori delle cose celesti…*".

Così egli spiega la sfera e la sua proiezione nel piano secondo la dottrina degli Antichi. Mentre nella parte nona spiega propriamente uno strumento gnomonico universale per fare orologi solari ad ogni latitudine, in ogni sorta di piano e per qualsiasi sistema orario. Di questo ne abbiamo già discusso nello specifico articolo "Daniel Barbaro, una passione per la gnomonica" che è consultabile sul sito. Quello descritto da Barbaro è certamente uno dei primi strumenti gnomonici ausiliari per la costruzione di orologi solari universali e per ogni clima in ogni superficie e sistema orario ed è una sostanzialmente una sfera con tutti i suoi circoli che vengono proiettati sul piano dell'orologio attraverso fili e traguardi. La gnomonica dei secoli successivi conoscerà un ampio sviluppo di questa metodologia, nel tentativo di escogitare e fabbricare strumenti sempre più completi e di facile praticità per semplificare la costruzione degli orologi solari, soprattutto murali.


FRANCISCI
AGVILONII
E SOCIETATE IESV
OPTICORVM
LIBRI SEX
Philosophis iuxta ac Mathematicis vtiles.

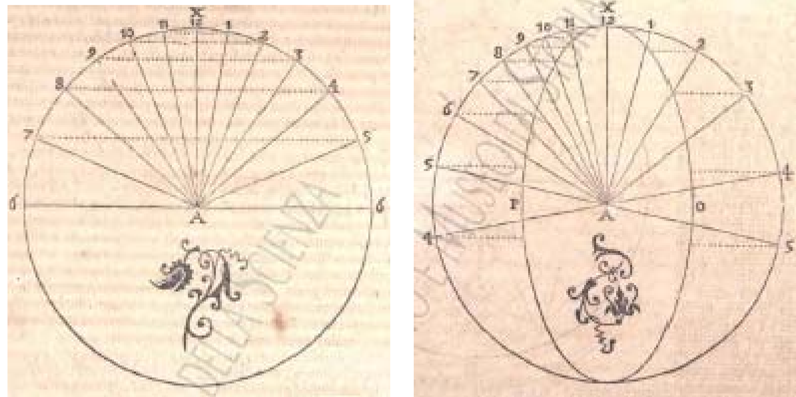
Aguilonii Franciscii, Opticorum Libri Sex, Antverpiae, 1613



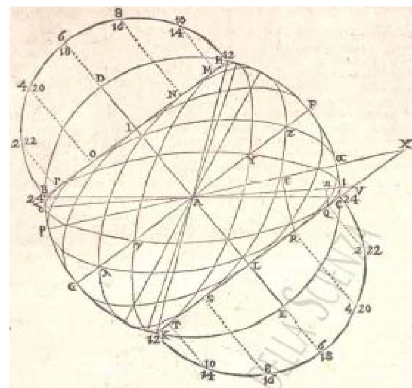
Anche se "fuori dal coro", consideriamo pure questo volume di Francesco Aguilone, di ottica, in cui il libro sesto è dedicato anche alla descrizione dei circoli orari della sfera e quindi al "consectarium" I, si legge un metodo per la descrizione degli orologi solari in qualunque piano.
Tra l'altro si legge anche di un presunto errore di Gemma Frisio

nel suo Astrolabio Cattolico, evidenziando invece la correttezza nel testo dell'Astrolabio di Rojas. Per la descrizione dello "sciotericum horologium", l'autore si avvale della proiezione ortografica dei circoli orari della sfera sul piano (vedi le due figure sotto).

Proiezione ortografica dei circoli orari della sfera



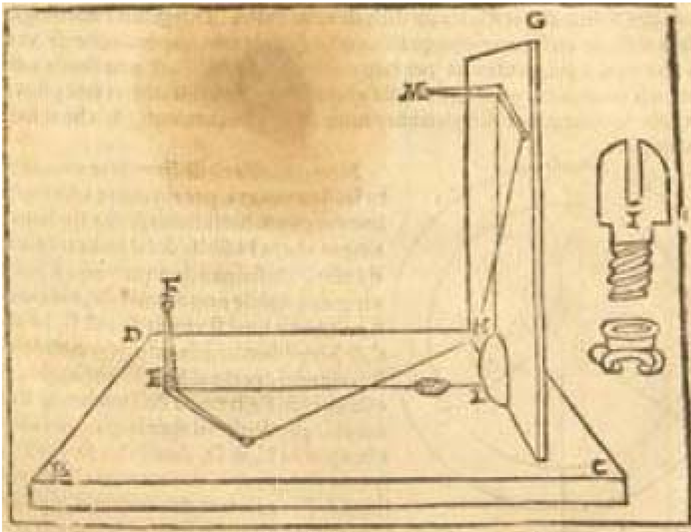
L'autore continua con la spiegazione di diversi teoremi e corollari sulla proiezione ortografica dei circoli orari della sfera, delle case celesti ed altri problemi di gnomonica e astronomia. Nella seconda parte, invece, descrive le stesse cose ma con la proiezione stereografica. Sotto si vede una rara rappresentazione grafica dei circoli delle ore Italiche e Babiloniche con la proiezione ortografica.



Pietro Accolti, Lo inganno de gl'occhi, 1625

Pietro Accolti (1496-1549) fu uno dei primi autori ad applicare la matematica alla prospettiva e il suo lavoro fu raccolto in quest'opera pubblicata postuma in Firenze nel 1625, presso Pietro Cecconcelli. Egli visse a Firenze ma pare sia originario di Arezzo. Il libretto, raro, di 154 pagine circa che qualcuno vende per *soli* settemila euro, si intitola "*Lo inganno de gl'occhi prospettiva pratica di Pietro Accolti*". Noi abbiamo la fortuna di poterlo consultare grazie al progetto ed il permesso della biblioteca digitale dell'Isituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze. E' un trattato sulla pittura, ma qui Accolti riportò tutte le sue esperienze sulla prospettiva arricchendole di elementi che vanno oltre e che sconfinano in altri campi, come per esempio le poche pagine sulla gnomonica che ora vedremo. In effetti, Accolti presenta uno strumento gnomonico ancora una volta studiato per coloro che non sono addentro ai calcoli matematici ed astronomici e che desiderano costruirsi un semplice orologio solare. In questo caso, lo strumento permette, con una sua peculiarità, di descrivere orologi solari verticali anche declinanti ad ore astronomiche e italiche, in una maniera esclusivamente pratica e abbastanza agevole. La precisione delle operazioni è dubbia, ma la pratica può offrire un'approssimazione abbastanza accettabile. Inoltre, è probabile che l'Accolti abbia inserito questo metodo nel suo trattato per il particolar modo di descrivere le linee orarie, quasi in modo proiettivo e speculare.

Il capitolo XX del suo libro si intitola: *Pratica facilissima per disegnare incontinentemente ogni oriuolo à Sole sopra qualsivoglia non nota declinazione di muro.*



Qui a sinistra si vede lo strumento inventato da Accolti, che può realizzarsi in legno, composto da una tavoletta orizzontale CBD sui cui è descritto un orologio orizzontale e da uno stilo ortogonale EF . Si ha in dotazione un perno a vita che si vede nella piccola figura I e che va posizionato in prossimità di un lato della tavoletta opposto allo stilo, ossia nel punto L. Il perno ha una fessura in cui va inserita una seconda tavoletta di legno GH che resti perpendicolare alla prima e che possa ruotare liberamente intorno attorno ad essa sul perno I.

Premesso, come abbiamo detto, che sulla prima tavoletta si trova già descritto un orologio solare orizzontale (l'autore dice che siano essenziali le sole linee orarie) per la latitudine in cui si vuole operare, si fa in modo che essa venga posizionata in modo da orientare la linea EL esattamente sulla linea meridiana e con questo si troverà orientato tutto l'orologio orizzontale. Fatto ciò, si attende che il sole "accenda" (per usare un termine moderno per l'illuminamento di un quadrante solare) il quadro del muro su cui si vuole descrivere l'orologio solare grande; cioè che il muro riceva i primi raggi solari del mattino e in quel momento si fa ruotare la tavoletta verticale dello strumento, finché anch'essa sia illuminata "di taglio" (come scrive Accolti) dal sole rendendosì così parallela al piano del muro e fornendo quindi l'angolo di declinazione della parete con la linea meridiana EL.

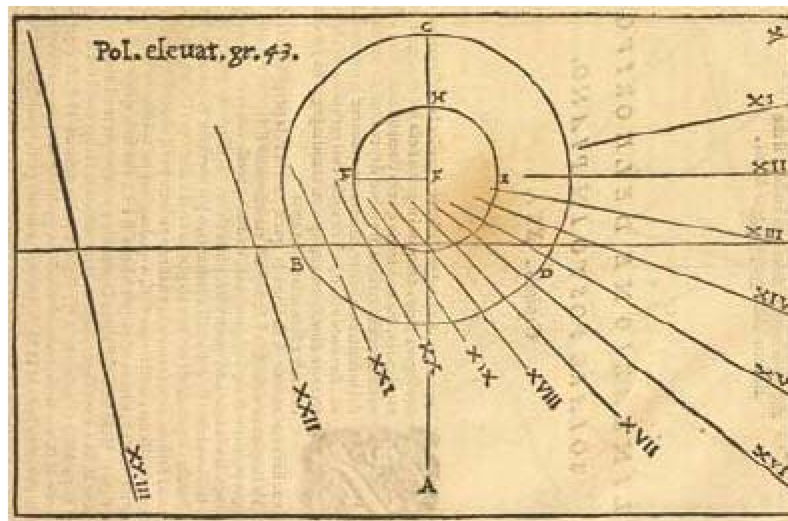
Sulla tavoletta verticale GH è stato già opportunamente inserito un ortostilo M. Stando lo strumento nella posizione descritta, dovrà essere abbassato o alzato[1] finché l'ombra dell'ortostilo non cada sul principio di una linea oraria dell'orologio orizzontale, come nell'esempio dell'autore è la linea italica 20. Rimanendo fermi in questa posizione, si segna il punto d'ombra proiettato dal vertice dell'ortostilo M sulla tavoletta verticale; subito si fa in modo che il vertice d'ombra dell'ortostilo F dell'orologio orizzontale, tocchi l'altra estremità della stessa linea oraria e in quel momento si segna l'altro punto proiettato dall'ortostilo M della tavoletta verticale. La linea tirata tra i due punti così trovati sulla tavoletta verticale darà "la proporzionata quantità & obliquità dell'ora 20 di nostro muro" e così tutte le altre linee orarie. Il metodo è si pratico, ma non mi pare esente da molti possibili errori operativi e di valutazione. E' un metodo molto facile e forse per questo utile a coloro che non hanno pratica nei calcoli e nella geometria.

Accolti seguita con la descrizione del metodo delle "altezze corrispondenti" per aiutare il lettore a trovare in modo pratico la linea meridiana.

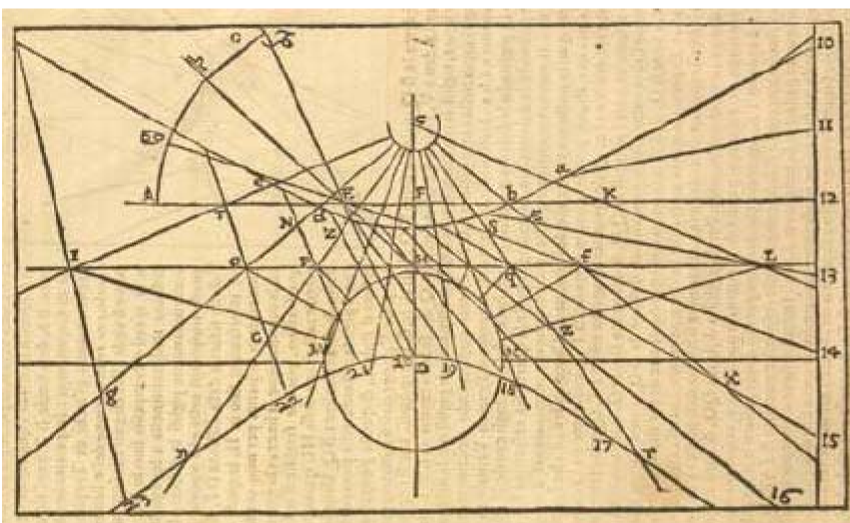
Infine, descrive il metodo un metodo geometrico classico per il tracciamento di un orologio orizzontale ad ore italiche e francesi.

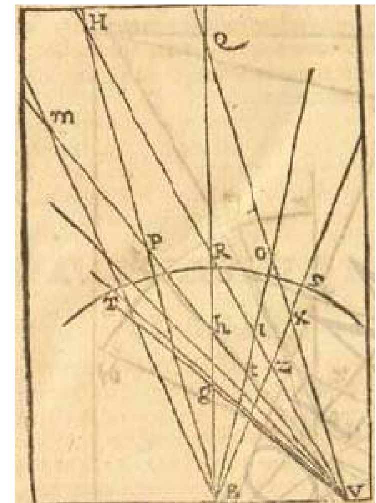
[1] E questo credo sia un secondo punto debole del metodo che può essere affetto da grossolani errori di valutazione.

In questa figura Accolti spiega la “pratica agevolissima per sapere in qualsivoglia giorno, il tempo nel quale le ombre sono eguali alle altezze onde derivano”.

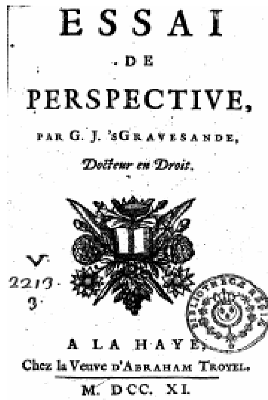


In quest’altra figura si vede uno dei metodi geometrici classici per la costruzione dell’orologio orizzontale ad ore astronomiche da cui si ricava quello italico. Traccia le due rette perpendicolari tra loro (AK e CD) e ribalta l’ortostilo preso a piacere EF sulla AK. Poi puntando col compasso in E, traccia un arco AG a piacere e su questo trova su questo i valori corrispondenti all’equinoziale e ai segni zodiacali dei tropici (lo fa empiricamente trasportando le aperture di compasso prese su un’apposita tavola preparata precedentemente in questo suo libro, sempre per venire incontro a coloro che non fanno calcoli astronomici). Poi proietta il punto equatoriale preso sull’arco, sulla linea meridiana CD, trovando il punto H e da questi ribalta in D la lunghezza dell’ortostilo. Centrando in D costruisce il circolo che viene suddiviso in 12 parti e relativa proiezione dei punti sulla linea equinoziale IL. Tracciate le linee orarie da questi punti fino al centro orario, si hanno le ore astronomiche. Le ore Italiche si ottengono facilmente congiungendo i punti di intersezione delle linee orarie astronomiche delle ore intere e mezz’ore sulla linea che passa per il piede dell’ortostilo (AK) e i punti di intersezione delle ore intere astronomiche sulla linea equinoziale, come nello schema già visto nell’articolo dedicato a Teofilo Bruni. A destra si vede il metodo geometrico per tracciare le curve di declinazione dei segni zodiacali come già descritto da Clavio.





Williem Jacob Gravesand, Essai de Prespective, 1711



Pur non avendo scritto un trattato specifico sugli orologi solari, Williem Jacob Gravesande, ebbe un grande successo per il suo importante approccio alla gnomonica derivato dalla Prospettiva. Il suo "Essai de Perpsective", pubblicato per la prima volta sembra nel 1711 a Leyden[2], è considerato il migliore libro sulla prospettiva e meritò una edizione inglese nel 1724. Egli nacque nel 1688, chi scrive a Hertogenbosch, chi a Bois-le-Duc, ma visse e subì l'influenza culturale dell'università di Leyden dove divenne professore di Astronomia e Matematica nel 1717, a soli 29 anni! Poi sarà anche membro della Royal Society di Londra. Il trattato sulla prospettiva lo scrisse presumibilmente intorno ai 18-19 anni e lo completò in seguito aggiungendo il trattato e l'uso della camera oscura. Agli anni giovanili potrebbe risalire il capitolo dedicato all'applicazione della prospettiva nella gnomonica a proposito del quale non possiamo non menzionare quanto ha lasciato scritto il matematico Montucla nell'edizione inglese delle Recreations in Mathematics and Natural hilosophy di Ozanam[3]:

> **"...taking notice of the ingeniuous manner in which the celebrated S'Gravesande, in his Essay on perspective, printed in Leyden in 1711, considers the general problem of tracing out a sun-dial: he reduces it to a simple problem of perspective, which he solves according to the principles oh that branch of optics. This part of his work is remarkable for its elegance, its precision, and its universality."**

Dopo queste considerazioni è inutile ogni nostro ulteriore commento e quindi possiamo direttamente alle poche pagine di gnomonica del trattato in questione. Originariamente, Gravesande lo scrisse in francese e nel 1724 fu tradotto in inglese da F.T. Sesaguliers e pubblicato a Londra da J. Senec, Taylor ed altri stampatori. Il capitolo nove del libro è dedicato al metodo della prospettiva per costruire gli orologi solari e troviamo già nel titolo il succo del problema esposto nell'edizione originale con la massima chiarezza in questo modo:

L'uso delle regole della Prospettiva nella Gnomonica.
O l'arte di tracciare le linee Orarie in tutte le sorti di quadranti solari,
con l'ausilio di un orologio orizzontale

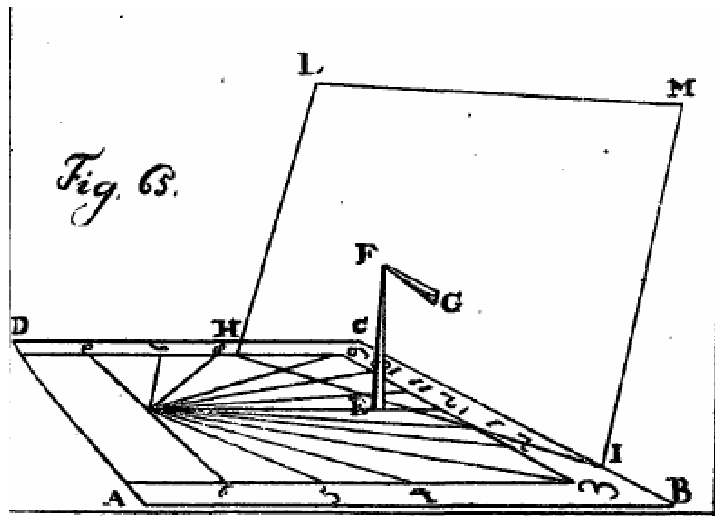
Inventore del metodo è però Pietro Accolti, come abbiamo potuto vedere. Gravesande ne è un depositario ed innovatore, ma l'Accolti fu il primo a metterlo in pratica. La regola primaria di questo metodo, o comunque dell'applicazione della prospettiva alla gnomonica è che se uno considera i propri occhi nel luogo dell'estremità dello stilo, allora i raggi solari saranno i "raggi visuali" e potrà, con il mezzo di un orologio orizzontale, tracciare in questo modo tutti gli altri orologi solari per la stessa latitudine. A dire il vero l'operazione pratica di visualizzare i raggi del sole proiettati dalla punta dello stilo, o dal Trigono gnomonico per descrivere le curve di declinazione dei segni zodiacali, era un metodo empirico già molto in voga alla fine del '500. Kircher ne fa un grande uso nella sua *Ars Magna Lucis et Umbrae* e Giulio Capilupi, come abbiamo visto in un nostro articolo, inventa straordinari strumenti gnomonici sulla base proiettiva dell'occhio dell'osservatore, mentre Daniel Barbaro nel suo trattato descrive uno strumento gnomonico dove pone l'occhio al centro della sfera (si veda l'apposito articolo su Daniel Barbaro a firma dell'autore). Ma vediamo ora l'approccio di Gravesande che è un po' diverso. Non è un problema "proiettare" un orologio orizzontale su un muro verticale esattamente esposto a meridione e quindi il problema parte direttamente dalla costruzione di un orologio verticale declinante a partire da quello orizzontale.

---

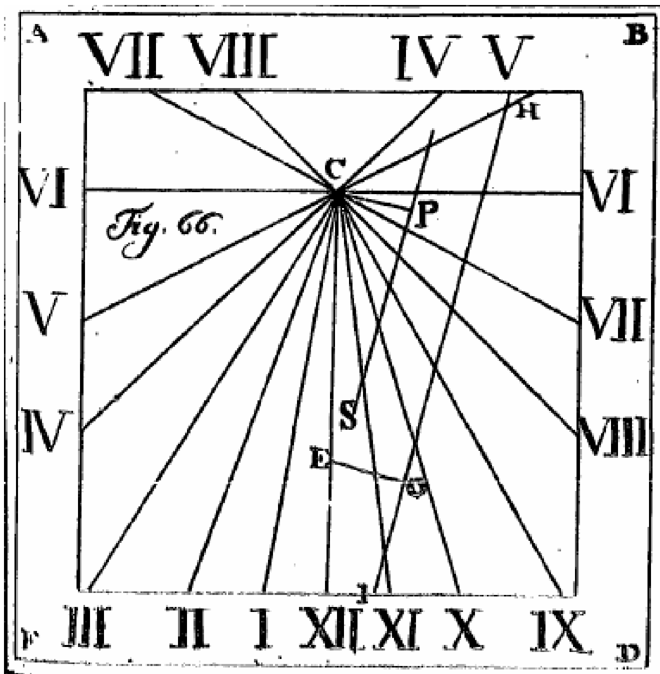
[2] Il sito internet www.historyofscience.nl riporta nella biografia di Gravesande la data del 1707 per questo libro, ma tutti gli altri citano quella ufficiale del 1711.
[3] Recreations in Mathematics and Natural hilosophy di Ozanam, pubblicate da Charles Hutton a Londra nel 1814

Che la Prospettiva sia una disciplina particolarmente adatta alla gnomonica lo si legge subito, nell’introduzione a questo capitolo che penso sia dovuto e importante leggere nella versione originale francese:

LA perfection du deſſein n'eſt pas le ſeul fruit qu'on peut retirer de la Perſpective, on peut en appliquer les régles à quelques autres parties des Mathématiques, & principalement à la Gnomonique, ou à l'Art de tracer les Quadrans Solaires : car ſi l'on conſidére l'extrémité du ſtile comme l'œil, & les rayons Solaires comme des rayons viſuels, on pourra, par le moyen d'un quadran Horizontal, tracer tous les autres quadrans



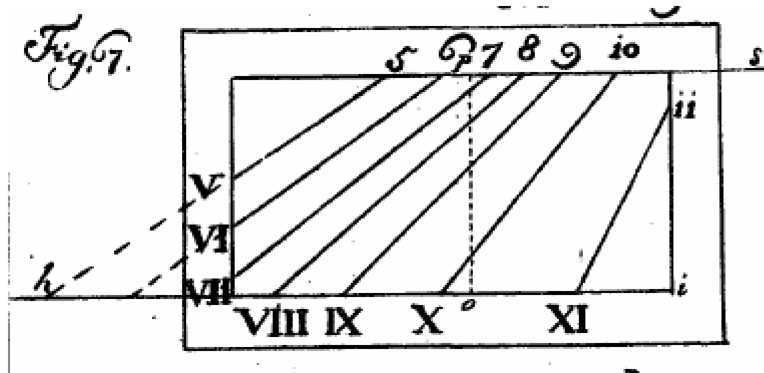
Con riferimento alla figura sopra a destra (fig 65 del testo originale), la teoria dell’applicazione della prospettiva nella gnomonica è la seguente: sia ABCD un quadrante orizzontale fatto per una determinata latitudine; EF il suo ortostilo; HIML un piano sul quale si vuole tracciare il nuovo quadrante. Supponiamo che tale piano sia situato in modo tale che la punta del suo ortostilo FG coincida con la punta dell’ortostilo EF del primo quadrante; allora se si trova sul piano HIML la Prospettiva di una delle linee orarie del quadrante ABCD, e considerando il punto F come l’occhio, è evidente che l’ombra del punto F cadrà sopra detta Prospettiva nello stesso istante in cui essa cadrà sopra la linea oraria dove di cui è la Prospettiva. Di conseguenza la detta ombra mostrerà la stessa ora sopra il piano HIML che è mostrata nel quadrante orizzontale.
Per mettere in pratica questa teoria Gravesande inventa questo facile ed elegante metodo per cui è rimasto famoso nella storia della prospettiva e della gnomonica.



Costruzione del quadrante verticale declinante

Per il punto E, che è il piede dell’ortostilo del quadrante orizzontale ABFD, si tira la linea EO, uguale alla lunghezza dell’ortostilo del nuovo quadrante da costruire e che fa con la linea meridiana C XII un angolo pari all’angolo di declinazione del nuovo quadrante. Questo angolo si prende verso il punto D quando la declinazione del piano è da Mezzogiorno verso Oriente, come in questo caso; verso F quando è da Mezzogiorno verso Occidente; verso A quando è da Settentrione verso Occidente; verso B quando è da Settentrione verso Oriente. Dall’estremità O di questa linea, si tira perpendicolarmente ad essa la linea IH. Poi dal centro del quadrante C, si tira la linea CP, parallela ed uguale ad EO e per la sua estremità P si tira la linea PS parallela ad HI. In pratica si tratta della

trasformazione in metodo grafico dell'operazione pratica svolta da Pietro Accolti che per ottenere la stessa proiettività ruotava il piano verticale intorno al quadrante orizzontale.
Con riferimento alla fig. 67 del libro originale, si disegna la linea hi sulla quale saranno presi i punti di suddivisione delle linee orarie della linea HI del primo quadrante; dal punto o, che è lo stesso di O della precedente figura, si traccia una linea op, perpendicolare ad hi ed uguale alla lunghezza dello stilo del quadrante orizzontale ABDE; fatto ciò, per l'estremità della linea op, si tira la linea ps, parallela ad hi, sulla quale si prenderanno i punti delle suddivisioni orarie della linea PS del primo quadrante. Il punto p di questa figura coincide con il punto P della prima figura ed è il piede dell'ortostilo, mentre PS è la linea orizzontale.



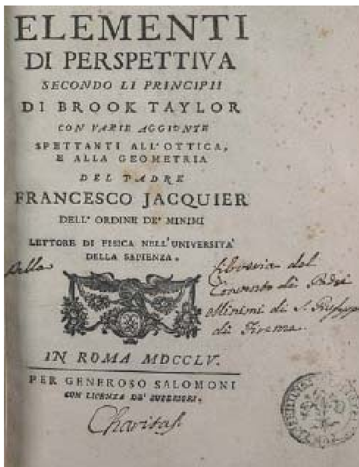
Con questo elegante metodo, Gravesande ha trovato una facile pratica di "trasportare" in prospettiva sul quadrante verticale declinante una "sezione" intera di linee orarie. E' facile osservare inoltre che poche sono le operazioni geometriche da effettuare con la sola riga, anche se è da obiettare che in questo caso bisogna comunque affidarsi ad un quadrante orizzontale primario, alla conoscenza della declinazione della parete e alla possibilità di lavorare limitatamente solo ad una data latitudine.

La dimostrazione di questo metodo è molto semplice ed intuitiva. In riferimento ad entrambe le figure, la linea di terra è hi; ps è la linea orizzontale, p il punto di veduta; EO o CP è il raggio principale. Supponiamo che il piano pshi sia posato perpendicolarmente sul piano del quadrante orizzontale in modo che la linea hi coincida con la linea HI e il punto o con O. Supponiamo, inoltre, che per l'estremità dello stilo, che consideriamo come l'occhio, si facciano passare nel piano orizzontale delle linee parallele alle linee orarie del quadrante; queste linee, come è evidente, incontreranno la linea orizzontale ps nei punti già individuati prima e per conseguenza le Prospettive delle linee orarie sono le linee che congiungono le suddivisioni delle linee hi e ps.

La tessa cosa che ha fatto Pietro Accolti nel suo metodo, solo che egli per ovviare al problema della declinazione del muro, nell'istante in cui questo veniva illuminato dai primi raggi del sole, egli ruotava il piano verticale sull'orologio orizzontale fino ad essere anch'esso illuminato dal Sole, rendendolo parallelo a quello del muro e facendo con la linea meridiana dell'orologio orizzontale un angolo pari a quello della declinazione del muro.

Con lo stesso metodo Gravesande spiega anche la costruzione dell'orologio verticale declinante inclinato ed è un peccato che egli si sia fermato a questi due soli esempi, ritenendoli sufficienti per lo scopo principale del suo lavoro, per dimostrare e dare un piccolo "essai" della grande utilità che la Prospettiva può avere come applicazione teorica e pratica nella Gnomonica.
Egli rimarrà il primo autore ad aver descritto queste regole applicative ed il suo metodo sarà grandemente stimato dagli autori successivi e in grande considerazione anche da parte degli storici della matematica e della gnomonica come Montucla. Noi abbiamo avuto il piacere di poterlo divulgare qui, forse per la prima volta in tempi moderni, sulle pagine del nostro sito.

Jacquier François, Elementi di perspettiva, Roma, 1755


ELEMENTI
DI PERSPETTIVA
SECONDO LI PRINCIPII
DI BROOK TAYLOR
CON VARIE AGGIUNTE
SPETTANTI ALL' OTTICA,
E ALLA GEOMETRIA
DEL PADRE
FRANCESCO JACQUIER
DELL' ORDINE DE' MINIMI
LETTORE DI FISICA NELL' UNIVERSITA'
DELLA SAPIENZA.

IN ROMA MDCCLV.
PER GENEROSO SALOMONI
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

Nel 1755 venne stampato in Roma, presso Generoso Salomoni, l'edizione italiana della Prospettiva del padre Francesco Jacquier che segue i principi dettati del primo grande autore inglese Brook Taylor, il cui titolo completo può essere letto nel frontespizio riportato qui a lato. Il padre fracescano Jacquier è, o dovrebbe essere, ben noto agli appassionati di orologi solari in quanto era con tutta probabilità egli stesso uno gnomonista ed autore del celebre articolo **De veteri quodam solari horologio nuper invento,** che è uno dei primi trattati in latino sugli orologi solari degli antichi. In questo erudito trattato sugli elementi della prospettiva, non ci sono che due sole paginette in cui accenna alla proiezione gnomonica e agli orologi solari, ma crediamo valga la pena riportarne i contenuti essenziali.

Alla fine del libro Jacquier accenna alle "*proiezioni circolari e loro uso nell'Astronomia"* e dopo aver spiegato la proiezione stereografica e ortografica, definisce quella gnomonica *"nella quale l'occhio si suppone nel centro della sfera. In questi casi la proiezione dei cerchi massimi sono delle linee rette, delle quali quelle che rappresentano i meridiani o i cerchi orari convergono nella proiezione del polo del mondo*". Questo è evidente ai nostri occhi quando vediamo le belle linee di un orologio solare orizzontale o verticale convergere a raggiera tutte le centro orario dove è impiantato l'assostilo che occupa appunto il "polo del mondo", nel nostro caso il polo boreale. Nell'ultimo scolio spiega, senza alcun disegno, come descrivere gli orologi babilonici e italici dalla teoria del loro stesso significato, ma non riporta alcun metodo di prospettiva per l'argomento. Per completezza si riporta lo scolio qui sotto.

Scol. Si capiſce facilmente la teoria e la coſtruzione degli oriuoli Babilonici, e Italici. Immaginiamo il Sole naſcere in tre punti qualunque dell'orizonte, ſecondo la ſua diverſa *amplitudine ortiva*. Si concepiſca di poi il Sole alzato ſull'orizonte, e ſia il centro del Sole in tre altri punti corriſpondenti: quali eſſendo traſportati per il moto diurno, è evidente che ſaranno nel medeſimo cerchio maſſimo della sfera, del quale la projezione gnomonica ſarà una linea retta che ſi chiamerà *oraria*, poichè per mezzo di eſſa ſi avrà il tempo dal naſcere o tramontare del Sole. Dunque in queſte ſorte di oriuoli ſi deve trovare la projezione del polo, dell'equinoziale, dell'orizonte, e del tropico. Si ſegni il punto, in cui il tropico taglia l'orizonte verſo *l'occaſo* nell'oriuolo Babilonico, e verſo *l'orto* nell'Italico; queſti punti ſaranno la projezione del centro del Sole oriente o occidente nelli Solſtitii, dalli quali punti ſi conteranno le ore. Si trovi la projezione del meridiano che paſſa per l'interſezione del tropico, e dell'orizonte, e ſi noti il punto in cui la detta projezione incontra l'equinoziale. Da queſto punto ſi taglino li ſegmenti dell'equinoziale corriſpondenti a tutte le ore. Per le eſtremità o li termini di queſti ſegmenti ſi conducano dal polo delle rette le quali tutte incontreranno il tropico; onde ſi avranno due punti delle medeſime. Dal punto in cui l'equinoziale e l'orizonte ſi interſecano, ſi taglino verſo l'iſteſſa parte i ſegmenti orarii, li termini delli quali ſi uniſcano colli punti orarii già ritrovati, alzato lo ſtile, e ſcancellate le linee inutili, ſarà compito l'oriuolo. Si ſuole adoperare la projezione del tropico, perchè in eſſo ſi terminano le linee orarie. Queſto ſcolio diventerà più chiaro conſultando in qualche libro di Gnomonica la figura d'un oriuolo Italico o Babilonico.

Il XIX Secolo

Nel 1707 Clapies pubblicò per l'Accademia delle Scienze di Francia il primo articolo ufficiale sulle "analogie" trigonometriche usate nella gnomonica per il calcolo degli orologi solari. Fino ad allora avevano prevalso i metodi geometrici, grafici, empirici e strumentali, ma ben presto, con lo sviluppo delle matematiche, ci si rese conto che il calcolo sarebbe stata la via più breve e precisa nella progettazione di orologi solari anche di grandi dimensioni. Durante tutto il XVIII secolo si sviluppò il metodo della geometria prospettiva e quello della trigonometria rettilinea e sferica, e nel XIX secolo si è avuta la produzione maggiore di libri ed articoli sulla gnomonica analitica. I trattati specifici non sono moltissimi, ma la gnomonica fu inserita come capitolo integrale in molte opere sull'astronomia e matematica, architettura e geografia. Dalle "*Recreations*" di Ozanam, ormai la costruzione degli orologi solari cominciava nettamente a dividersi tra amatori di matematica che si dilettavano nel trovare nuovi metodi analitici per il calcolo e artigiani gnomonisti che, avvalendosi dei risultati dei primi, sfoggiavano le loro capacità artistiche nel dipingere gli orologi sui muri. Nonostante tutto, la gnomonica ha comunque continuato ad avere un grande successo sui molti versati scientifici cui la sua interdisciplinarietà si affaccia, rimanendo, quindi, sempre di grande interesse anche nella prospettiva e nella geometria descrittiva, come vedremo tra poco nell'esame delle prossime pubblicazioni.

Hachette Pierre Nicholas. Traité de géométrie descriptive, Paris, 1822

Hachette e Monge sono i personaggi più illustri dello sviluppo della geometria descrittiva. Mentre di Monge non abbiamo trovato nulla in riferimento specifico alla gnomonica, di Hachette ci rimane parte di un suo articolo pubblicato sulla "Correspondance sur l'Ecole Imperiale Politechnique" attorno al 1813. Il suo *Traité de Gèomètrie Descriptive*, pubblicato a Parigi nel 1822, è un dei primi classici sull'argomento. Nel capitolo dedicato alle ombre, a pag. 233, egli accenna al problema principale della gnomonica secondo la geometria descrittiva, cioè quello di trovare delle ombre proiettate su una data superficie da una retta parallela all'asse terrestre e per un punto preso su questa retta e supponendo che la retta ed il punto (gnomonico) sia il Sole. Ma per questo rimanda il lettore ad un suo articolo in un volume della Corrispondenza pubblicata dalla Scuola Politecnica Imperiale nel 1802. Il titolo è il seguente: "*Explication des phénomenes d'optique, qui résultent du mouvement de la Terre; et notions d'Astronomie sur lesquelles est fondée l'application de la Géométrie descriptive à l'Art de construire des Cadrans*".

Qui, invece, prosegue con un piccolo paragrafo ricco di informazioni storiche accennando allo scritto sulla gnomonica di Lefrançois, ad un quadrante verticale realizzato nel 1800 da Girard sul palazzo Borbone, sede della Scuola Politecnica e di un altro del suo collega Navarro sulla nuova sede della Scuola Politecnica e via dicendo. Cita il quadrante cilindrico realizzato nel 1764 da Pingré, astronomo e geografo della Marina. Quadrante che fu concepito dall'autore supponendo che l'asse terrestre passasse per un punto dell'asse verticale della colonna sulla quale doveva essere tracciato, piazzando gli gnomoni che marcano le ore dentro un medesimo piano orizzontale e dando altri particolari dello stesso quadrante.
In un'altra edizione dello steso libro, Hachette aggiunge una pagina sulla storia dei quadranti solari estratta dall'Uranographia di Francoeur.

Astolfi Giovanni, Costruzioni geometriche dell'orologio solare…Milano, 1823

Non abbiamo una copia del libretto di Astolfi Giovanni, ma possiamo farci un'idea delle sue opere che comprendono argomenti gnomonici, da due rare recensioni. Una di queste è tratta dalla "Biblioteca Italiana, o sia giornale di letteratura, scienze ed arti…", n° CXLV pubblicata a Milano nel gennaio del 1828. Qui si accenna alla "*Biblioteca Agraria, ossia raccolta di scelte istruzioni*

economico-rurali", in 12 volumi, diretta da Giuseppe Moretti, Milano, 1826-1828. La sezione che contiene i metodi per costruire gli orologi solari di Astolfi Giovanni deve essere forse la stessa pubblicata dall'autore in altre memorie, come la "*Guida per l'Agente di Campagna*", Milano, 1827. Nella Biblioteca Agraria, si legge una recensione molto critica nei confronti dell'autore che, impreziosita da piccole informazioni storiche, vorrei riportare qui per l'interesse generale:

La gnomonica o l' arte di costruire gli orologi solari non pare che abbia una immediata relazione all' agraria. L' autore stesso ne conviene, ma crede che non sia affatto fuor di luogo in questa raccolta *atteso il manifesto desiderio che hanno generalmente le persone che si dedicano all' agricoltura per questo genere d' occupazioni.* I metodi insegnati sono tutti grafici e fondati sulla nota costruzione trovata da Oddo da Urbino. Fra i modi che possono servire a tracciare una meridiana, l' autore insegna di servirsi della diottra d' una tavola pretoriana diretta alla stella polare; ma non sapremmo come colle comuni diottre, quale è appunto quella disegnata nella figura, si possa elevar la visuale fino all' altezza del polo, almeno nei nostri climi. Inesatto poi, anzi affatto inservibile è il metodo proposto per conoscere le ore col mezzo dell' ombra dello stilo d' un orologio solare qualora sia questo illuminato dalla luce della luna; poichè è facile il dimostrare che l' ora del passaggio pel meridiano di quest' astro calcolata col solo ritardo medio può differire dal vero d' una, di due e talvolta quasi di tre ore.

Noi non faremo carico all' autore del frequente uso ch' ei fa dei vocaboli vernacoli, i quali saranno meglio intesi dai nostri Lombardi al cui vantaggio sembra che l' opera sia specialmente diretta; ma non approviamo che per adattarsi alla capacità loro adoperi una sintassi spesse volte storta ed inesatta. Nel periodo seguente per un esempio *Brente* 43 *a misura di vino vecchio* CHE *poi per ridurle in misura di vino nuovo si deve detrarre boccali* 4 *per* ogni brenta CHE *resteranno brente* 42, non si sarebbe forse potuto togliere quei due *che* e disporre le frasi in un modo più conforme alla grammatica? Simili scorrezioni s' incontrano assai di frequente nell' opera del sig. Astolfi.

(rif. Da Google Libri http://books.google.it/)

L'opera gnomonica principale, invece, di Giovanni Astolfi si intitola *Costruzioni geometriche dell'orologio solare sopra un piano qualunque*, pubblicato da Batista Bianchi a Milano nel 1823. Di questo opuscolo ne troviamo una breve recensione nell'Antologia di Gino Capponi nel tomo decimo del 1823. L'autore della recensione parla bene del libro di Astolfi ed inizia a lodare la principale caratteristica che è la chiarezza del metodo rivolto soprattutto alla praticità della costruzione di un orologio solare:

"*Il metodo con cui veniva per l'addietro trattata la gnomonica era così complicato ed esigeva tante cognizioni astronomiche, che scoraggiava chiunque era voglioso di conoscere i principi secondo i quali operar si deve per costruire praticamente l'orologio solare…l'autore colla pubblicazione dell'enunciato opuscolo riempì questo vuoto nel modo il più soddisfacente*". Tra le fonti principali che avevano scritto di gnomonica ma in modo impraticabile secondo l'autore della recensione, vi era Ozanam e l'Encyclopédie francese. Avendo letto la Gnomonique del corso di matematica di

Ozanam, devo dunque subito obiettare che l'autore si sbagliava in quanto raramente si può leggere un testo di gnomonica più autorevole e nello stesso tempo più completo e chiaro dal punto di vista della metodologia, di quello di Ozanam. L'accostamento è quindi infelice, ma si può scusare in quanto lo scritto mira senza alcun dubbio a pubblicizzare e ingigantire la modesta pubblicazione di Astolfi. Oltre a ciò, apprendiamo almeno qualche notiziola storica di qualche rilevanza che riporto qui sotto:

desiderato. L' autore colla pubblicazione dell'enunciato opuscolo riempì questo vuoto nel modo il più soddifacente. Guidato egli dai principj attinti alle opere degli illustri geometri oltramontani Monge e Lacroix e dei nostri italiani Tramontini e Bordoni, s'accorse che la costruzione di un orologio solare si riduceva alla soluzione di un problema di geometria descrittiva. Ammessa l'ipotesi che il rapporto delle distanze terrestri colla distanza solare sia nullo, e l' altra che il sole descrivà coll' apparente annuo suo corso dei circoli paralleli, ciò che in pratica non può recare sensibile differenza, qualunque problema di gnomonica riducesi ad un problema di geometria. Si consideri in fatti una parete piana e verticale ed in essa infisso uno stilo parallelo all' asse del mondo e che per le ammesse ipotesi potrà ritenersi nell' asse medesimo. Dal piede dello stilo cada a piombo la linea meridiana, e dalla sua sommità sia condotta alla stessa un' altra linea che comprenda collo stilo un angolo retto, e questa seconda linea potrà considerarsi nel diametro dell' equatore. Il triangolo rettangolo che risulta per questa costruzione si supponga ruotare intorno allo stilo, l' ipotenusa genererà una superficie di cono retto che avrà per asse l'asse stesso del mondo. Posta questa supposizione, è chiaro che l' ombra dell'estremo dello stilo projettata dal sole sulla superficie interna del cono prolungato quanto bisogna, descriverà sopra questa in tutti i giorni dell' anno un circolo parallelo alla sua base; per cui diviso uno qualunque di quei circoli in 24 parti eguali, e guidate da quei punti di divisione altrettante rette al vertice, si avrebbe in tal modo costruito un orologio solare. Or siccome in pratica sarebbe per riuscire malagevole e sconveniente simile costruzione, così il giovane autore, che per il primo concepì questo felice pensiere, ha ben anche trovato il mezzo più semplice di trasportare le linee orarie dall'immaginata superficie conica alla parete piana nella quale è lo stilo infisso; nel che consiste la soluzione di un problema di geometria descrittiva. Questo problema ammette alcune modificazioni secondo la varietà dei casi che si presentano, e l'autore nell' opera enunciata dopo di avere indicati due diversi metodi per ottenere la linea meridiana sopra un piano orizzontale, insegna dietro i suoi principj, il modo di descrivere l' orologio solare sopra un piano considerato in tutte le possibili posizioni che può prendere, per cui il suo metodo il quale ha il pregio di guidar con ordine la mano dell' artefice nella costruzione di questi orologi, è anche generale ed applicabile a qualunque caso. Non contento l' autore di questo ha voluto anche indicare come devesi procedere quando la superficie

su cui voglionsi descritte le linee orarie sia curva, e come devesi eseguire la costruzione dell' orologio solare così detto all' italiana.

L' unica taccia che taluno potrebbe dare a quest' operetta sarebbe d'essere stata trattata con brevità eccessiva, e di non esservi in seguito ad ogni problema la relativa dimostrazione. Queste mancanze però non possono essere sentite da chi non è affatto digiuno di cognizioni geometriche, e riescir devono del tutto indifferenti a quelli che di geometria non s' intendono, e che son tenuti a seguir ciecamente la strada che dall' autore viene indicata. L' enunciato opuscolo pertanto il quale sebben non comprenda che poche pagine, pure è completo e affatto nuovo nel suo genere, verrà accolto con piacere da chi ama occuparsi praticamente della dilettevole materia in esso trattata, e da chi con vero amore coltiva gli studi matematici, e finalmente da tutti quelli cui piace incoraggir nei loro primi passi i giovani ingegni.

A. P.

Come si può vedere, la gnomonica della prima metà del 1800 almeno in Italia fu derivata in gran parte dagli insegnamenti di Monge e Lacroix sulla geometria descrittiva, cui si ispirarono Tramontini e Bordoni. In questo modo dovette entrare nei corsi universitari ed essere concepita poi dagli autori della seconda metà dell'800 italiano, come Bellavitis, Pasini, Gallarati ed altri.
Lacroix accenna alla gnomonica nella sua opera sulla geometria del 1829, con una sola paginetta, ma i metodi generali di geometria descrittiva che egli affronta sono praticamente quelli che si applicano alla costruzione degli orologi solari. Cita la definizione di gnomonica data da Montucla, che combacia con la sua derivata dalla geometria descrittiva.

Joseph Mollet, Gnomonique Graphique, Paris, 1837

Quello di Mollet è il vero primo libro specifico, originale e completo sulla gnomonica grafica derivata esclusivamente dalla geometria descrittiva. Egli stesso ci avverte nella presentazione che aveva scritto in precedenza un libro sulla gnomonica analitica in cui aveva dato tutte le formule matematiche per costruire gli orologi solari e che avendo sotto gli occhi lo sviluppo della geometria descrittiva, si rese conto dell'importanza di scrivere, a distanza di pochi anni, un nuovo volume in cui poter raccogliere i suoi studi personali sui metodi esclusivamente grafici. Metodi che egli preferisce concepire da se stesso e non derivare da altri autori, in quanto il suo scopo è quello di trovare le soluzioni il più possibile semplici, eleganti e precise.
In effetti, il trattato di Mollet si rivela un vero manuale di gnomonica per gli appassionati. Egli inizia con le definizioni preliminari e quindi con una descrizione minuziosa del metodo delle "altezze corrispondenti" per trovare la linea meridiana e quindi per tracciare il quadrante orizzontale. Metodo grafico antico, non certo di sua invenzione. Poi prosegue con un "*problema reciproco*", pubblicato nella "Corrispondenza Astronomica" del luglio 1819: "*Dato un quadrante solare orizzontale, piazzare e orientare questo quadrante senza tracciare la meridiana e senza fare uso della bussola*". Così, dopo il quadrante verticale meridionale, descrive il "*problema accessorio*", secondo cui "*data la declinazione del Sole e la altitudine del luogo, trovare l'ora di inizio e fine d'illuminazione del sole di un muro che guarda esattamente a sud*". Cos', per il quadrante declinante, descrive il problema inverso "*dato un quadrante verticale declinante, lo stilo è stato spostato dalla sua posizione originale, ristabilire la sua posizione corretta*". L'autore va avanti considerando gli orologi solari inclinati e reclinati comunque orientati, la descrizione delle curve diurne e gli orologi a superfici sferiche convesse, i globi, dando due soluzioni, gli orologi su superfici cilindriche e in particolare di una colonna cilindrica sormontata da un capitello circolare

che funge da gnomone (non a “cappello filtrante”). E’ ovvio che ognuno di questi argomenti meriterebbe un articolo a parte, ma esulerebbe dal nostro iniziale intento di dare un quadro generale dello sviluppo della gnomonica derivata dalla prospettiva e dalla geometria descrittiva.

Sonnet, Géométrie Théorique et Pratique, Paris, 1848

In questo libro la gnomonica viene citata decine di volte ed alla fine, in una apposita appendice, viene trattata come una delle più interessanti ed utili applicazioni dei metodi della geometria descrittiva ivi descritti.

Olivier e Busset, Géométrie Descriptive, Paris, 1847

Questo libro contiene una memoria inedita attribuita a Bossut intitolata *De la Gnomonique, Application de la Géométrie Descriptive a la Gnomonique.* Questa memoria si trova nei manoscritti della biblioteca della Scuola d’Applicazione di Metz e si ritiene che sia stata scritta da Bossut (in parte o tutta) per gli ufficiali genieri della scuola. L’autore (Olivier) l’ha avuta per gentilezza del generale d’artiglieria Pron, comandante della stessa scuola.
Il documento è più di una semplice memoria e potrebbe costituire, con le sue 54 intense pagine, un buon opuscolo specifico sulla gnomonica teorica. In diversi paragrafi l’autore descrive concetti generali, relativi alla sfera prima e gnomonici poi, e supposizioni su cui si fonda la teoria gnomonica, introducendo due metodi principali per trovare la linea meridiana e le prime relazioni per le linee orarie. In effetti, la memoria più che descrivere l’applicazione della geometria descrittiva alla gnomonica, riporta i metodi trigonometrici delle analogie, con formule e “definizioni” delle stesse, del tipo: “*Il coseno dell’angolo che esprime l’altezza del polo su un piano verticale declinante è uguale al prodotto del raggio per il seno della latitudine del luogo, diviso per il coseno dell’angolo che la sustilare fa con la verticale*”. Oppure la definizione della declinazione del muro conosciuta dalla sustilare del piano verticale declinante: “*Il seno dell’angolo della declinazione del piano verticale declinante è uguale al prodotto della tangente dell’altezza del polo del luogo per la tangente dell’angolo che la sustilare fa con il piano verticale, divisaper il raggio*”.
In questo modo il testo va avanti considerando varie situazioni gnomoniche e fino agli orologi inclinati. L’appassionato di matematica potrà trovarvi elementi molto interessanti anche dal punto di vista della nomenclatura e dell’espressione delle formule dimostrate e della terminologia usata. Per completezza, viene riportata l’applicazione dei logaritmi alle formule trattate in precedenza di cui si vede un esempio qui sotto:

Les calculs à faire suivant quelques-ünes de ces formules seraient fort longs, si l’on n’avait pas le secours des logarithmes; mais comme les tables des logarithmes des nombres ne sont pas fort étendues, et que les sinus, cosinus, etc., sont exprimés par de très-grands nombres, on pourrait se trouver embarrassé si on ignorait les propriétés des logarithmes; mais avec cette connaissance, les calculs deviennent fort simples. Nous allons en faire l’application sur la formule du § XLIII, qui est la plus composée, où l’on a :

$$d=\sqrt{\frac{R^6 s^2 - r^2 R^2 L^2 s^2 - R^4 l^2 L^2}{R^2 r^2 l^2 + l^2 r^2 s^2} + \left(\frac{[illegible]}{[illegible]}\right)^2} + \frac{[illegible]}{[illegible]}$$

que nous avons représenté par :

$$d=\sqrt{\frac{p}{m}+\left(\frac{n}{2m}\right)^2}-\frac{n}{2m}$$

Supposons donc un plan dont l’inclinaison soit en sens contraire de l’inclinaison de l’axe :

La première, de 22° 30′;
La deuxième, ou la latitude, de 59° 30′;
L’angle que la soustylaire fait avec la verticale, de 64° 25′;

On aura, en prenant les logarithmes :

$\log R^6$ 60,000000
$\log s^2$ 19,270612

79,270612 = 75,000000 + 4,270612 or 75,000000 est le log de 10^{75} et 4,270612 est le log de 18647

Ainsi $R^6 \times s^2 = 18647 + 10^{75}$ ou $= 186470 \times 10^{71}$

— 243 —

$\text{Log } I^2$ 19,931230
$\text{Log } R^2$ 20,000000
$\text{Log } L^2$ 19,776682
$\text{Log } s^2$ 19,270612

$\text{Log } I^2R^2L^2s^2$ 78,978524
$I^2R^2L^2s^2$ . . . . 95175 $\times 10^{74}$
$R^4I^2L^2$ 87570

$I^2R^2L^2s^2+R^4I^2L^2$ . . . . 182745 $\times 10^{74}$

$\text{Log } R^2i^2$ 39,931230
$\text{Log } l^2$ 19,604256

$\text{Log } R^2i^2l^2$ 59,535486
$R^2i^2l^2$ . . . . 3431510^{55}

$\text{Log } I^2$ 19,468680
$\text{Log } l^2$ 19,604256
$\text{Log } s^2$ 19,270612

$\text{Log } I^2l^2s^2 =$ 58,040548
$I^2l^2s^2$ . . . . = 109786 $\times 10^{53}$
$R^2i^2l^2$ . . . . = 3431500 $\times 10^{53}$

$m=R^2i^2l^2+I^2l^2s^2$ . . . . . . = 3541286 $\times 10^{53}$
= 3541 $\frac{1}{4} \times 10^{56}$

$\text{Log } m$ . . . . = 59,549160

$2 \log \frac{\frac{1}{2}n}{m}$ ou $\log \left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2$ . . . = 19,200272

$\left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2$ . . . . = 15859 $\times 10^{15}$
= 158590 $\times 10^{14}$

$\frac{p}{m}$ . . . . = 10519 $\times 10^{14}$

$\frac{p}{m} \times \left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2$ . . . . = 169109 $\times 10^{14}$

$\text{Log} \left[\frac{p}{m} \times \left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2\right]$ . . . . = 19,228166

$\text{Log} \sqrt{\frac{p}{m} \times \left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2}$ . . . = 9,614083

$\sqrt{\frac{p}{m} + \left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2}$ . . . = 4112 $\times 10^6$
= 41120 $\times 10^5$

$\frac{\frac{1}{2}n}{m}$ . . . . = 39822 $\times 10^5$

$\sqrt{\frac{p}{m} + \left(\frac{\frac{1}{2}n}{m}\right)^2} + \frac{\frac{1}{2}n}{m}$ . . = 80942 $\times 10^5$

$\text{Log } R^4$ 40,000000
$\text{Log } i^2$ 19,165680
$\text{Log } L^2$ 19,776682

$\text{Log } R^4I^2L^2$ 78,942362
$R^4I^2L^2$ . . . . 87570 $\times 10^{74}$

186470 $\times 10^{74}$
182745

$p=R^6s^2 - i^2R^2L^2s^2 - R^4I^2L^2 =$ 3725 $\times 10^{74}$
Log de cette quantité = 3,571126 + 74,000000
ou log p. . . . . = 77,571126
$\text{Log } m$ 59,549160

$\text{Log } \frac{p}{m}$ 18,021966
= 14,000000 + 4,021966

$\frac{p}{m}$ . . . . = 10519 $\times 10^{14}$

$\text{Log } i$ 9,965615
$\text{Log } R^3I$ 39,582840
$\text{Log } L$ 9,888341
$\text{Log } l$ 9,802128

$\text{Log } iR^3ILl$ . . . . = 69,238924
iR^3ILl . . . . = 17335 $\times 10^{65}$
ou = 173350 $\times 10^{64}$

$\text{Log } I$ 9,965615
$\text{Log } L$ 9,888341
$\text{Log } lR$ 19,582840
$\text{Log } l$ 9,802128
$\text{Log } s^2$ 19,270612

$\text{Log } iLRIls^2$. = 69,509536
$iLRIls^2$. = 32325 $\times 10^{64}$ … 32325 $\times 10^{64}$

$\frac{1}{2}n = iR^3ILl - iLRIs^2 =$ 141025 $\times 10^{64}$
= 1410 $\frac{1}{4} \times 10^{66}$

$\text{Log } \frac{1}{2}n$ . . . . . = 3,149296 + 66,000000
$\text{Log } \frac{1}{2}n$ . . . . . = 69,149296
$\text{Log } m$ . . . . . . = 59,549160

$\text{Log } \frac{\frac{1}{2}n}{m}$ . . . . . = 9,600136

$\frac{\frac{1}{2}n}{m}$ . . . . . . = 39822 $\times 10^5$

Per terminare questa prima parte, viene descritta sommariamente la meridiana del tempo medio.

La seconda parte è costituita da una raccolta di scritti di Picart risalente al 1699 su alcuni problemi di gnomonica trattati per mezzo della trigonometria sferica. Infine vengono descritti i procedimenti grafici per tracciare quadranti solari su ogni sorta di piano. In definitiva si tratta di un piccolo manuale tecnico di gnomonica rettilinea, sferica e grafica. Peccato che almeno nella copia digitale che abbiamo visto manchino tutte le figure di riferimento rendendo così difficile la comprensione del testo già resa problematica dalla qualità di stampa.

Babinet e Adhemar, trattato della gnomonica nella "teoria delle ombre" dei loro libri, rispettivamente nell'opera di geometria del prima dove però solo un breve cenno si fa sui quadranti solari, e nel "Traité del Ombres" del secondo in cui un capitolo intero viene dedicato all'argomento.

Adhemar Alphonse Joseph, Traitè des Ombres, Paris, 1852

Il modo di esposizione è sempre sintetico e abbastanza chiaro ed ecco come l'autore fa una prima descrizione del quadrante solare: "*Un quadrante solare è una superficie, ordinariamente piana e disposta in modo da ricevere l'ombra di una barra o triangolo di metallo denominato stilo. La direzione dell'ombra materializzata da una retta, dipende dalla posizione del Sole nello spazio…*". La differenza con la teoria delle ombre nella geometria descrittiva è che il Sole viene considerato un punto luminoso fermo nello spazio mentre in gnomonica deve considerarsi il suo movimento sulla sfera celeste. Dopo le premesse generali sull'astronomia di posizione, egli riduce a tre concetti essenziali la costruzione del quadrante solare:

1) Costruire una retta parallela all'asse della terra;
2) Far passare per questa retta 12 piani facenti tra loro angoli uguali;
3) Tracciare le intersezioni di questi piani con la superficie sulla quale si desidera avere il quadrante solare.

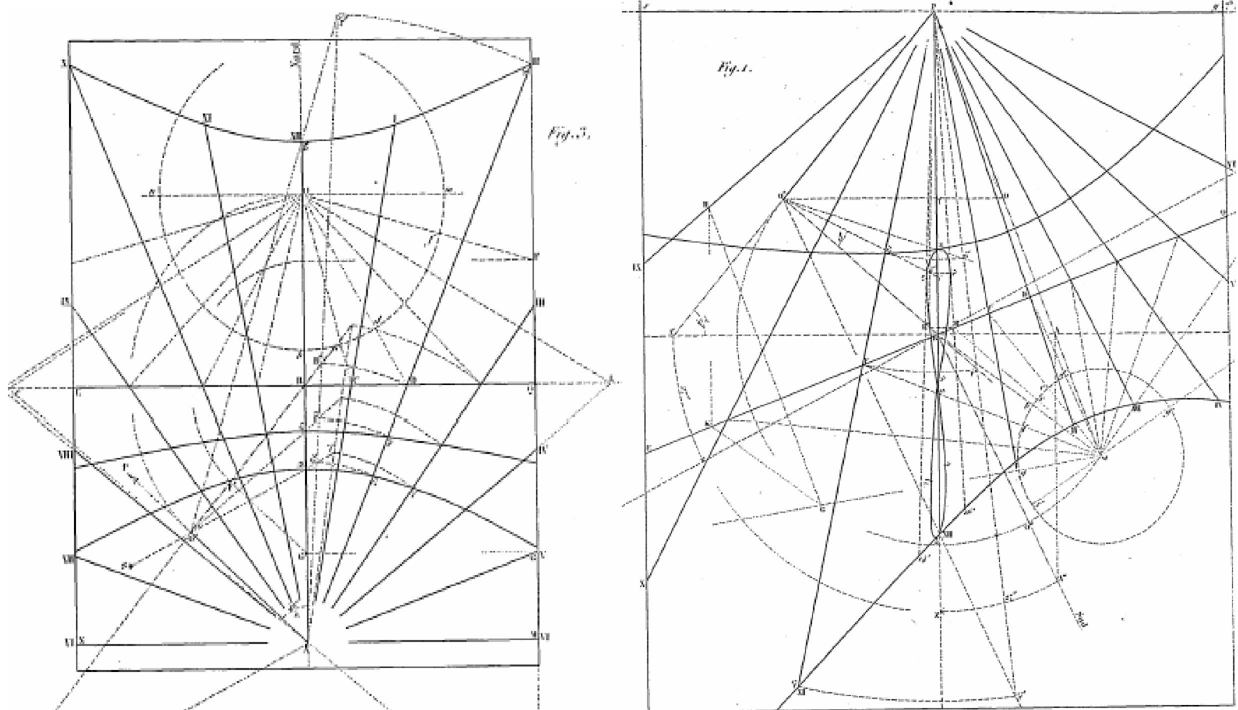
Questa trattazione di Adehmar è comunque un adattamento delle metodologie della geometria descrittiva ai concetti gnomonici, ricorrendo quando si renda necessario, anche ad osservazioni pratiche. Anche in questo caso, il testo non è accompagnato dalle tavole dei disegni, rendendo vano l'intento dell'autore.

Leroy C.F.A., Traité des Stéréotomie, Paris, 1877

Quest'opera sull'arte dell'intaglio per uso architettonico dei corpi solidi come la pietra, il marmo e simili, scritta da Leroy, "a*ntico professore alla Scuola Politecnica, alla Scuola Normale Superiore*", nonché Cavaliere della Legione d'Onore, ebbe un grande successo di pubblico e quindi una enorme diffusione. Quale materia di applicazione della geometria descrittiva, anche in questo caso la gnomonica viene trattata in un bel capitolo con un buon approfondimento. Nel libro terzo si parla dei concetti fondamentali iniziando con la curiosa definizione di gnomonica, un po' diversa dal solito, ma che in fondo esprime lo stesso significato: "*La Gnomonica è l'arte di tracciare su una superficie data, piana o curva e denominata quadrante, un sistema di linee tali che ciascuna sia marcata dall'ombra solare di uno stilo precisamente alla stessa ora del giorno in tutte le epoche dell'anno*". Quindi l'autore prosegue con le definizioni dell'astronomia di posizione. Nel secondo capitolo inizia la descrizione geometrica degli orologi solari. E' il classico metodo del ribaltamento del triangolo stilare e del cerchio equinoziale intorno alla retta equinoziale con la suddivisione del cerchio in 12 parti uguali e la loro proiezione sulla retta equatoriale. Seguono gli altri capitoli con la descrizione degli orologi solari verticali non declinanti e declinanti, quindi alcune pagine dedicate alla curva del tempo medio. Qui possiamo ricondurci (come credo abbia fatto Leroy) al lavoro di Hachette che citava M. Girard per la costruzione dell'orologio solare con la curva del tempo medio sulla facciata del Palazzo Borbone ai tempi in cui vi era ospitata la Scuola Politecnica. In più egli ci dice che i calcoli matematici della curva del tempo medio furono eseguiti dall'astronomo Méchain e dalla cui penna abbiamo direttamente una descrizione del quadrante:

« Au sommet d'un triangle formé par trois verges de fer, on a placé une plaque circulaire percée à son centre. La position de la base du triangle sur le mur et l'élévation de la plaque étaient ménagées de manière que l'image du soleil, reçue par le trou à l'heure de midi, vint se peindre à peu près sur la ligne qui divisait en deux parties symétriques l'espace destiné au cadran. Cette disposition faite, un garde-temps à la main, on a reçu l'image du soleil, deux secondes avant le midi vrai, à l'instant même du midi, et deux secondes après; et à chaque observation on a dessiné le contour elliptique de cette image. Le centre de l'ellipse moyenne donnait déjà un point de la méridienne; mais pour le vérifier, on a tracé une courbe tangente aux points les plus élevés de ces ellipses, et une autre courbe tangente à leurs points les plus bas : on a mené à égale distance une troisième courbe; et en divisant l'arc de cette courbe compris entre les centres des ellipses extrêmes, en deux parties égales, on a eu un point de la méridienne, et par suite cette ligne même, en menant par ce point une verticale indéfinie.

» La méridienne construite, il a été facile de déterminer le style ou la parallèle à l'axe de la terre, dont le centre de la plaque est déjà le sommet. Pour cela, de la projection O de l'extrémité du style, on a abaissé une perpendiculaire TOO′ sur la méridienne; sur cette perpendiculaire on a porté de T en O′ la distance de l'extrémité du style au point T; et en menant ensuite par le point O′ une droite O′P qui fît avec O′T un angle égal à la latitude de Paris, c'est-à-dire de 48° 50′, on a eu au point P de rencontre avec la méridienne, le centre du cadran, ou bien le point où la parallèle à l'axe de la terre, menée par le centre de la plaque, viendrait rencontrer le plan du cadran. »

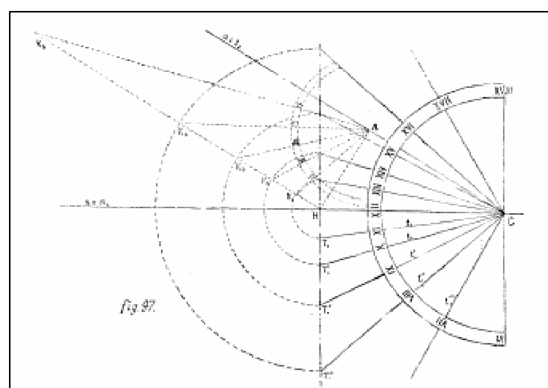


Due de disegni che accompagnano le due Tavole del trattato di Leroy.
A sinistra è il metodo grafico per il quadrante orizzontale. A destra il quadrante Verticale declinante con la curva lemniscata del tempo medio.

Infine, abbiamo finalmente la possibilità di vedere, nella figura sotto, il disegno particolare del quadrante realizzato da Girard sul Palazzo Borbone, sede della Scuola Politecnica nel 1802.

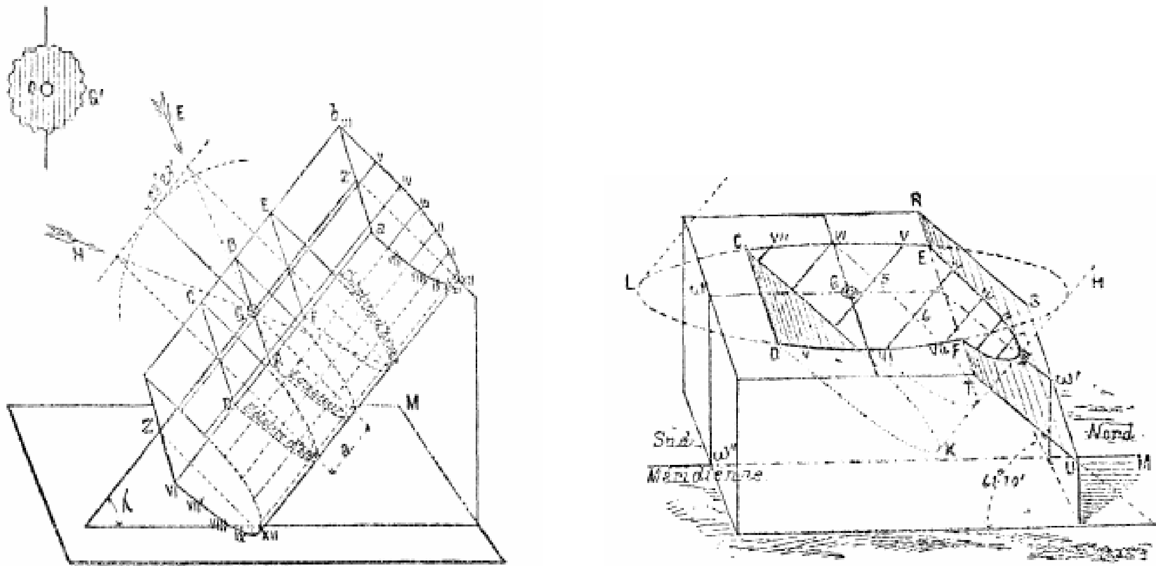
Federigo Enriques, Lezioni di geometria descrittiva, Bologna, Zanichelli, 1920

In questo bel libro di Enriques, si trovano giusto due paginette dedicate alla costruzione dell'orologio solare come applicazione dei metodi della geometria descrittiva.

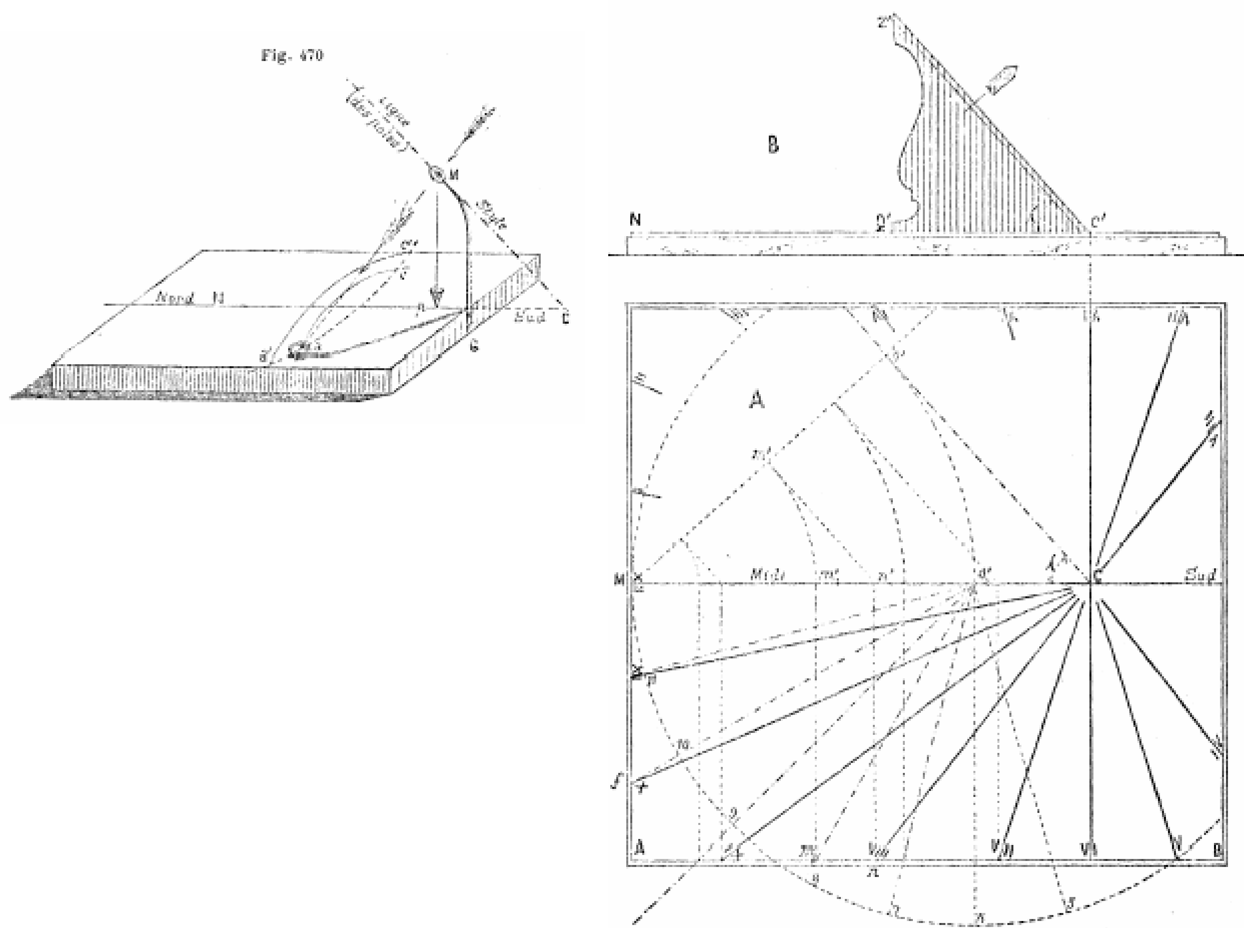


Pillet Jules, Traité de Géométrie Descriptive, Paris, 1921

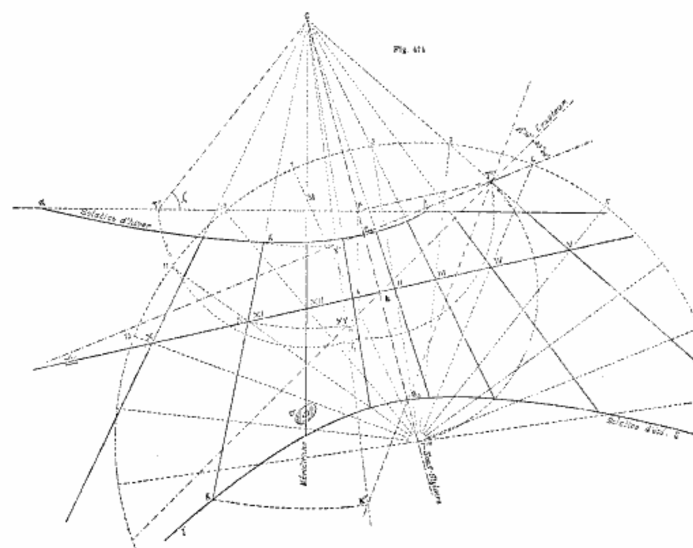
Questo del Pillet è forse il trattato di geometria descrittiva in cui meglio viene rappresentata la gnomonica nei primi anni '20 del XX secolo. [4] Lo stile di esposizione è simile a quello di Enriques, da cui probabilmente Pillet ha tratto ispirazione. Qui notiamo che egli ha dato spazio più che agli orologi solari classici, ad alcuni particolari, come l'orologio cilindrico e sferico del tipo *hemyciclium*, evidentemente interessato dal ritrovamento del colonnello Lussedat ad Heraclea du Latmos.



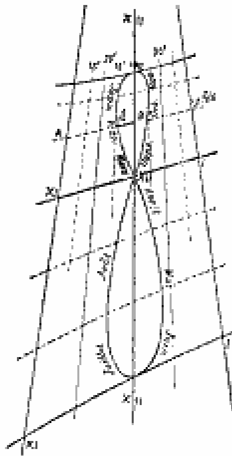
[4] Ricordiamo che in questo articolo stiamo prendendo in considerazione soprattutto articoli e libri non specifici di gnomonica. A tal proposito ricordiamo quindi che il volume "Orologi Solari" di Claudio Pasini, pubblicato nel 1900 è una delle migliori pubblicazioni italiane riassuntive sui metodi di geometria descrittiva e trigonometria. Il nostro scopo qui è quello di far emergere memorie e fonti finora poco attestate se non addirittura sconosciute.

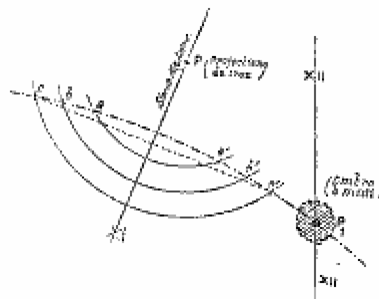


Nelle figure sopra si vede, a sinistra, un quadrante orizzontale con impiantato un "falso stilo" con placca metallica forata per la determinazione della linea meridiana sul piano del quadrante. Si vede il filo a piombo che serve a determinare sul piano orizzontale la proiezione del foro gnomonico. Gli archi di cerchio sono l'applicazione del metodo delle "altezze corrispondenti" del Sole sull'orizzonte. Nella figura a destra invece si vede la costruzione geometrica dell'orologio orizzontale e sopra il profilo del triangolo gnomonico. Sotto si vede la costruzione dell'orologio verticale declinante.



Infine, altre due immagini riconducono alla costruzione grafica della curva per il tempo medio, al centro è raffigurato un metodo per la “costruzione sperimentale della sustilare” di cui si può vedere una probabile applicazione pratica, forse dello stesso periodo, o risalente alla fine del XIX secolo, su una parete dello storico palazzo Bonanni, di Fossa (AQ) – (foto N. Severino).







Gino Loria, Curve sghembe e curve gnomoniche….

Riporto quest’ultima informazione solo per curiosità e magari sapendo che in qualche appassionato di matematica istillerò il desiderio di qualche approfondimento. Il volume di Gino Loria è “*Curve Sghembe Speciali, algebriche e trascendenti*”, pubblicato a Bologna da Zanichelli nel 1925. Le curve sghembe sono generiche curve non piane. IL loro studio appartiene alla teoria dei teoremi di Meusnier ed Eulero sul problema dei raggi di curvatura delle curve su una superficie. A pag. 245 del suo libro, Gino Loria, trattando delle curve speciali situate sopra superficie assegnate, parla delle “Curve Gnomoniche”, traendo ispirazione da un articolo tedesco di G. Scheffers, dal titolo *Ueber Sonnenuhrkurven*, del 1909, e da un altro di E. Salkowski, *Katenoid und Sonnenuhrkurven*, del 1911, entrambi pubblicati in Sitzungs bear. Berl. Math. Gesell., Tomo VIII, 1908, e Tomo X, 1911. Il problema proposto dal Loria è:
“*Si consideri un’ordinaria meridiana delineata su una parete verticale, con uno stilo parallelo all’asse del mondo; in quale piano sono le curve dotate della prerogativa che l’ombra dello stilo stacchi su di esse archi uguali in tempi uguali*”?

La soluzione la lascio leggere al lettore esperto di matematica, nella pagina seguente.

Togliendo la condizione che tutto avvenga in un piano e spogliando l'enunciato di ogni considerazione fisica, si giunge a formulare il seguente

PROBLEMA. *Data una retta fissa* g, *determinare sopra una data superficie le curve dotate della seguente proprietà: se* A, B *sono due punti contigui di una delle linee richieste, l'arco* AB *è proporzionale all'angolo dei piani* gA, gB.

Le condizioni del problema possono evidentemente esprimersi mediante un'equazione della forma

$$ds = k \, . \, d\omega \tag{1}$$

k essendo una costante. Scelto come asse Oz la retta g quest'equazione si scrive

$$\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = k \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} \tag{2}$$

o, introducendo coordinate cilindriche,

$$\sqrt{d\varrho^2 + \varrho^2 d\omega^2 + dz^2} = k \, . \, d\omega \, . \tag{3}$$

Assunto ϱ eguale ad una funzione arbitraria di ω la (3), con una quadratura, darà ϱ pure in funzione di ω e si otterrà così una classe di curve risolutrici del problema; se p. es. si assume

$$z = m\varrho$$

(se cioè si cercano le curve gnomoniche appartenenti al cono rotondo $z^2 = m^2(x^2 + y^2)$) la (3), con una scelta opportuna della costante d'integrazione, dà

$$\varrho = k \operatorname{sen} \frac{\omega}{\sqrt{1 + m^2}}$$

e quindi si arriva alle curve

$$x = k \operatorname{sen} \frac{\omega}{\sqrt{1+m^2}} \cos\omega \, , \quad y = k \operatorname{sen} \frac{\omega}{\sqrt{1+m^2}} \operatorname{sen}\omega \, , \tag{4}$$
$$z = km \operatorname{sen} \frac{\omega}{\sqrt{1+m^2}}$$

le quali sono algebriche se $\sqrt{1 + m^2}$ è un numero razionale.

Per formarsi un concetto della distribuzione nello spazio delle curve in discorso, notiamo che, detti α, β, γ i coseni di

direzione della tangente in un punto P di una di esse e con X, Y, Z i coseni di direzione della normale al piano Pg si ha

$$\alpha = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}, \quad \beta = \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}, \quad \gamma = \frac{dz}{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}$$

$$X = -\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad Y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad Z = 0$$

onde la (2) diviene

$$\alpha X + \beta Y + \gamma Z = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{k},$$

equazione la quale mostra che *le tangenti in un punto* P *alle infinite curve gnomoniche passanti per questo punto costituiscono un cono di rotazione avente per asse la parallela condotta dal punto* P *alla retta* g.

Si scriva la (3) sotto la forma:

$$d\varrho^2 + (\varrho^2 - k^2)d\omega^2 + dz^2 = 0$$

e si faccia

$$z = i\sigma \quad , \quad k_1 = ik;$$

essa diverrà:

$$d\sigma^2 = d\varrho^2 + (k_1^2 + \varrho^2)d\omega^2;$$

ora siccome è questo l'elemento lineare della superficie generata dalla rotazione della catenaria attorno al proprio asse, così *ogni curva gnomonica è collegata ad un catenoide.*

Limitiamoci ad osservare, finendo, che, applicando la teoria delle equazioni a derivate parziali si arriva alle seguenti speciali curve gnomoniche:

$$\begin{cases} x = \sqrt{k^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 t} \cos \left(a \int \frac{dt}{\sqrt{k^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 t}} + b \right) \\ y = \sqrt{k^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 t} \operatorname{sen} \left(a \int \frac{dt}{\sqrt{k^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 t}} + b \right) \\ z = a^2 \int \frac{\operatorname{sen}^2 t dt}{\sqrt{k^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 t}}, \end{cases}$$

le quali sono linee asintotiche di superficie di rotazione attorno alla data retta g.

Terminiamo qui questa breve carrellata di notizie sulle applicazioni nella Gnomonica della Prospettiva e della Geometria Descrittiva. Abbiamo fatto un lungo viaggio attraverso cinque secoli, dando ampio spazio ai primi autori del Rinascimento che sono risultati anche di maggiore interesse per la nostra storia della gnomonica. Abbiamo volutamente tralasciato alcune opere ed autori noti come Giusto Bellavitis, Garnier, Pasini, Gallarati e via dicendo, proprio per parlare di fonti, autori e stralci che finora risultavano poco conosciuti nel nostro ambito. L'incredibile interdisciplinarietà della gnomonica non finisce di sorprenderci e questo articolo è solo il primo di un lungo viaggio attraverso l'influenza che essa ha subito, e in certi casi determinato, nell'ambito di altre discipline, quali l'astronomia, la trigonometria, la geografia, la nautica, l'architettura, la topografia, l'archeologia e persino campi come il giardinaggio e l'agraria. Perciò, finiamo questo primo viaggio consapevoli di essere solo all'inizio di un percorso affascinante che ci porterà alla scoperta di nuove frontiere storiche della gnomonica e delle sue relazioni con le altre discipline e, non ultimo, di essere riusciti a suscitare l'interesse dei nostri lettori.

www.nicolaseverino.it – Dicembre 2007